

2008華夏盃 全國小學數學奧林匹克邀請賽
香港賽區 五年級試題題解

(1) 1275

$$\begin{aligned} \text{原式} &= (50 + 49) \times (50 - 49) + (48 + 47) \times (48 - 47) \\ &\quad \dots + (2 + 1) \times (2 - 1) = 50 + 49 + 48 + 47 + \dots + 2 \end{aligned}$$

(2) 2867

$$\begin{aligned} \text{原式} &= 28.67 \times 67 + 32 \times 28.67 + 28.67 \times (20 \times 0.05) \\ &= 28.67 \times (67 + 32 + 1) \\ &= 28.67 \times 100 = 2867 \end{aligned}$$

(3) 338350

$$\begin{aligned} \text{因為 } 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \dots + n^2 &= n(n+1)(2n+1) \div 6 \\ \text{原式} &= 100 \times (100+1) \times (2 \times 100 + 1) \div 6 \\ &= 100 \times 101 \times 201 \div 6 = 338350 \end{aligned}$$

(4) 9 (小時)

先求出修整這條水渠需要多少工時。通常，把1個人工作1小時，叫做1個工時。求出修整這條水渠所需工時的總數之後，就以它為標準，不管人數增加或減少，工期延長或縮短，仍然依據原工作效率，只要能完成工程所需要的工時總數，問題就得到解決。

(1) 原計劃修整這條水渠所需要的工時：

$$8 \times 18 \times 12 = 1728 \text{ (工時)}$$

(2) 後來參加修整水渠的人數：

$$18 + 6 = 24 \text{ (人)}$$

(3) 要求8天完成，每天應工作的小時數：

$$1728 \div 8 \div 24 = 9 \text{ (小時)}$$

綜合算式：

$$8 \times 18 \times 12 \div 8 \div (18 + 6) = 1728 \div 8 \div 24 = 9 \text{ (小時)}$$

答：要求8天完成任務，每天要工作9小時。

(5) 143

完全平方數的每個質因數的指數都是偶數，

$$7007 = 7^2 \times 11 \times 13, \text{ 所以 } A = 11 \times 13 = 143$$

(6) 2 (平方厘米)

$$\text{陰影部份面積} = 4 + 2 + 1 + 1.5 + 0.5 = 9 \text{ (平方厘米)}$$

$$\text{空白部份面積} = 16 - 9 = 7 \text{ (平方厘米)}$$

狗跳2次前進 $1.8 \times 2 = 3.6$ (米)，狐狸跳3次前進 $1.1 \times 3 = 3.3$ (米)，相差 $3.6 - 3.3 = 0.3$ (米)，也就是說狗每跑3.6米能追上狐狸。30 $0.3 = 100$ ，即狗跑 $3.6 \times 100 = 360$ (米) 才

(7) 360 (米)

(8) 8

能被72整除就能被8和9整除。根據能被9整除的特徵， $x + y = 8$ 或17，經檢驗後，15489及15498皆不能被8整除，只有 $x + y = 8$ 時存在符合條件的答案。

(9) 300克

酒精重： $(700 - 500) \div (\frac{1}{2} - \frac{1}{4}) = 800$ (克)

瓶子重： $700 - 800 \times \frac{1}{2} = 300$ (克)

(10) 504 解：1~204是204個連續的自然數，按位數分為：一位數、二位數和三位數，它們分別有1個、2個和3個數字，因此在計算時應該分情況討論：

一位數：1~9頁，有9個數，共有 $9 \times 1 = 9$ 個數位；

二位數：10~99頁，有90個數，共有 $90 \times 2 = 180$ 個數位；

三位數：100~204頁，有 $204 - 99 = 105$ 個數，共有 $105 \times 3 = 315$ 個數位；

這樣，將三個數加起來就可以知道這本書的頁碼一共用了多少數字。 $9 + 180 + 315 = 504$ (個)

(11) 12天 解：增長量： $[(8 \times 4 + 32) \times 20 - (10 \times 4 + 60) \times 8] \div (20 - 8) = 40$

原草量： $(10 \times 4 + 60) \times 8 - 40 \times 8 = 480$

可供80只羊吃： $480 \div (80 - 40) = 12$ (天)

(12) 209

設有 x 隻圍棋子，則 $x + 1$ 是3、5和7的公倍數， $x + 1$ 是 $[3, 5, 7] = 3 \times 5 \times 7 = 105$ 的倍數，因為隻數在200到300之間，所以 $x + 1 = 210$ ， $x = 209$ 。

(13) 6

已知E、F分別是AB和AC的中點，因此 $\frac{1}{2}$ ， $\triangle EBF$ 的面積又是 $\triangle ABF$ 的面積的 $\frac{1}{2}$ 。又因為 $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} BC \times AD = \frac{1}{2} \times 8 \times 6 = 24$ (平方厘米)，

所以 $S_{\triangle EBF} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 24 = 6$ (平方厘米)。

(14) 4. 首9個數字時寫到9；首 $9 + 2 \times 90 = 189$ 個數字時寫到99；剩下的 $2008 - 189 = 1819$ 個數字由100開始每3數字寫成1個3位數，共 $1819 \div 3 = 606$ 個3位數...餘1個數字。即於第2007個數字時寫到了 $99 + 606 = 705$ 這個數，第2008個數字是7。又因為連續的9個自然數是9的倍數， $705 \div 9 = 78 \dots 3$ ， $(1 + 2 + 3 + \dots + 9) \div 9 = 1 \dots 4$

第一至第五名依次是E、D、B、A、C。

先把五個人所猜名次記錄於表中，然後運用假設法，並根據8個人所猜對一半以及每個名次只有一人進行推理。假設A猜B第二是對的，則D猜B是第三錯，猜C第二對，這樣有兩人得第二名，是不可能的。因此A猜C第五是對的，那麼D猜C是第二是錯，猜B是第三對。從而E猜D第三錯，A第四對，C猜A是第五錯，E是第一對，B猜E是第四錯，D是第二對。所以第一至第五名依次是E、D、B、A、C。

	1	2	3	4	5
A猜		B×			C√
B猜		D√		E×	
C猜	E√				A×
D猜		C×	B√		
E猜			D×	A√	

(16) 15個。 $(2 + 3 + 3 + 3 + 3) + 1 = 15$

(17) 924

答：因為某兩名女生必須入選，另再選6人，只能從剩下的4名女生和8名男生中選。

$$C_6^{12} = \frac{12 \times 11 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7}{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 924 \quad (\text{種})$$

(18) 24.5

答：三角形的面積： $5 \times 9 \div 3 \div 2 = 7.5$

多邊形的面積： $3 + 9 + 5 + 7.5 = 24.5$

(19) 3盤

另外6人可能下了0、1、2、3、4、5或6盤。如果那6人之中沒有人下了6盤，因為各人盤數不同，容易得出各人分別下了0~5盤。

反之而言，如果其中一人下了6盤，那麼他已經與所有同學都下了棋。所以沒有人一盤也還未下，即這6人分別下了1~6盤。

如果這6人下了0~5盤，情況如下。

	5	4	3	2	1	0	紅
5						X	
4						X	
3						X	
2						X	
1						X	
0	X	X	X	X	X		X
紅						X	

	5	4	3	2	1	0	紅
5		O	O	O	O	X	O
4	O					X	
3	O					X	
2	O					X	
1	O					X	
0	X	X	X	X	X		X
紅	O					X	

	5	4	3	2	1	0	紅
5		O	O	O	O	X	O
4	O					X	X
3	O					X	X
2	O					X	X
1	O	X	X	X		X	X
0	X	X	X	X	X		X
紅	O				X	X	

	5	4	3	2	1	0	紅
5		O	O	O	O	X	O
4	O		O	O	X	X	O
3	O	O			X	X	
2	O	O			X	X	
1	O	X	X	X		X	X
0	X	X	X	X	X		X
紅	O	O			X	X	

	5	4	3	2	1	0	紅
5		O	O	O	O	X	O
4	O		O	O	X	X	O
3	O	O		X	X	X	
2	O	O	X		X	X	X
1	O	X	X	X		X	X
0	X	X	X	X	X		X
紅	O	O		X	X	X	

	5	4	3	2	1	0	紅
5		O	O	O	O	X	O
4	O		O	O	X	X	O
3	O	O		X	X	X	O
2	O	O	X		X	X	X
1	O	X	X	X		X	X
0	X	X	X	X	X		X
紅	O	O	O	X	X	X	

小紅下了3盤對於這6人下了1~6盤的情況，結果也一樣

	6	5	4	3	2	1	紅
6		O	O	O	O	O	O
5	O		O	O	O	X	O
4	O	O		O	X	X	O
3	O	O	O		X	X	X
2	O	O	X	X		X	X
1	O	X	X	X	X		X
紅	O	O	O	X	X	X	

(20) 18小時

$$\text{順水速: } 180 \div 10 = 18 \text{ (千米/小時)}$$

$$\text{逆水速: } 180 \div 15 = 12 \text{ (千米/小時)}$$

$$\text{船速: } (18 + 12) \div 2 = 15 \text{ (千米/小時)}$$

$$\text{暴雨後順水速: } 180 \div 9 = 20 \text{ (千米/小時)}$$

$$\text{暴雨後逆水速: } 15 - (20 - 15) = 10 \text{ (千米/小時)}$$

$$\text{暴雨後逆水時間: } 180 \div 10 = 18 \text{ (小時)}$$